



Dự tuyển olympic tin học

Độ phức tạp tính toán trong thực chiến

Tài liệu này phân phối dưới giấy phép Creative Commons Attribution 4.0
(bất kỳ ai cũng đều có quyền tự do sử dụng, chia sẻ, sao chép, phân phối, phân phối lại, áp dụng, trích xuất, tùy biến, mở rộng, thương mại hóa,... miễn là ghi nhận công của các tác giả ban đầu của tài liệu)

Độ phức tạp tính toán có ý nghĩa gì?

- Để ước tính tốc độ chương trình thực thi
- Định hướng tìm thuật toán
- Kí hiệu $O(X)$ – Big O
 - X là hàm thể hiện cấp độ phức tạp
 - X tăng nhanh chương trình chạy càng lâu (ước lượng)
- Độ phức tạp bộ nhớ: ít quan trọng hơn
 - Biến
 - Mảng một chiều
 - Mảng hai chiều
 - Mảng ba chiều
 - Danh sách
 - Cây



Độ phức tạp tính toán có ý nghĩa gì?

$O(n)$

```
for (int i = 1; i <= n; i++) X();
```

$O(mn)$

```
for (int i = 1; i <= m; i++)  
    for (int j = 1; j <= n; j++) X();
```

$O(n^m)$

```
void R(int m) {  
    X();  
    if (n == 1) return;  
    for (int i = 1; i <= n; i++) R(n-1);  
}
```

Một số độ phức tạp tính toán thường gặp



- $O(1)$: hằng số, tuyệt vời
- $O(\log_2 \log_2 n)$: có thể coi là hằng số, tuyệt vời
- $O(\log_2 n)$: mỗi bước sẽ giảm đi một nửa, rất tuyệt
- $O(\sqrt{n})$: tăng rất chậm, rất tuyệt
- $O(n)$: tốt
- $O(n \log_2 n)$: khá tốt
- $O(n^2)$: được
- $O(n^3)$: tạm được
- $O(2^n)$: không tốt lắm
- $O(n!)$: khá tệ

Áp dụng vào lập trình thi đấu



- Bài nào cũng có giới hạn về kích cỡ hoặc giá trị đầu vào và thời gian thực hiện giải thuật
- Kinh nghiệm:
 - $N \leq 10$ $\mathcal{O}(n!)$
 - $N \leq 20$ $\mathcal{O}(2^n)$
 - $N \leq 500$ $\mathcal{O}(n^3)$
 - $N \leq 5000$ $\mathcal{O}(n^2)$
 - $N \leq 1e6$ $\mathcal{O}(n \log n)$ hoặc $\mathcal{O}(n)$
 - N lớn $\mathcal{O}(1)$ hoặc $\mathcal{O}(\log n)$ hoặc $\mathcal{O}(\text{sqrt}(n))$
- Đối với các bài phức tạp hơn, việc chọn cấu trúc dữ liệu cũng có vai trò hết sức quan trọng, đặc biệt là các dữ liệu cơ bản của STL

Vài ví dụ đơn giản

1. Vào lúc 8h tối, Kiên được giao n bài tập lập trình, bài thứ k có độ khó k , độ khó từ 1 đến n , thông thường một bài độ khó k thì cần $5 \times k$ phút để giải. Kiên có cuộc hẹn đêm Trung thu đúng 12h đêm và mất k phút để đi từ nhà đến trường. Hỏi Kiên có thể giải tối đa bao nhiêu trong số n bài?
2. Cho mảng A có n số nguyên, đếm xem trong A có bao nhiêu phần tử khác nhau.
3. Cho mảng A có n số nguyên, nhập số nguyên dương k , liệt kê các phần tử xuất hiện trong A ít nhất k lần.