THUẬT TOÁN ỨNG DỤNG

Tiếp cận Chia để trị

Nội dung

1. Ý tưởng chia để trị
2. Bài toán tính giá trị đa thức
3. Bài toán tháp Hà Nội
4. Bài toán đếm số dãy con có tổng cho trước
5. Phân tích về chia để trị
6. Bài tập

Phần 1

Ý tưởng chia để trị

Ý tưởng chia để trị

Ý tưởng chia để trị

- Bài học từ cuộc sống: chia nhỏ bó đũa để dễ bẻ hơn
- Ý tưởng cơ bản: chia nhỏ bài toán lớn thành các bài toán con để có thể tìm lời giải dễ dàng hơn
- Tính nhanh a^b:
  - Tính $x = a^{b/2}$
  - Tính $a^b = x * x$ nếu b chẵn
  - Hoặc $a^b = x * x * a$ nếu b lẻ
  - Chú ý: đây vẫn chưa phải cách tính nhanh nhất
- Sắp xếp trộn:
  - Chia dãy làm hai dãy con
  - Sắp xếp hai dãy con
  - Trộn hai dãy con đã sắp làm một

Ý tưởng chia để trị

- Sắp xếp nhanh:
  - Chọn ngẫu nhiên một giá trị m
  - Chia dãy thành hai nửa:
    - Một nửa đầu nhỏ hơn m
    - Một nửa sau lớn hơn m
  - Sắp xếp nửa đầu
  - Sắp xếp nửa sau
- Tìm kiếm nhị phân:
  - Chia miền tìm kiếm làm hai
  - Chọn miền tìm kiếm phù hợp
- Gần như 100% các bài chia đệ trị đặt nền tảng trên lối viết đệ quy

Phần 2

Bài toán tính giá trị đa thức

Bài toán tính giá trị đa thức

Cho đa thức $P_n(x) = a_o x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_{n-1} x + a_n$

Nhập các giá trị a_o, a_1,… a_n và x, tính giá trị $P_n(x)$.

Giải bằng chia để trị:

- $P_o(x) = a_o$
- $P_n(x) = P_{n-1}(x) * x + a_n$

Viết bằng đệ quy?

Chuyển đổi tương ứng sang vòng lặp?

Phần 3

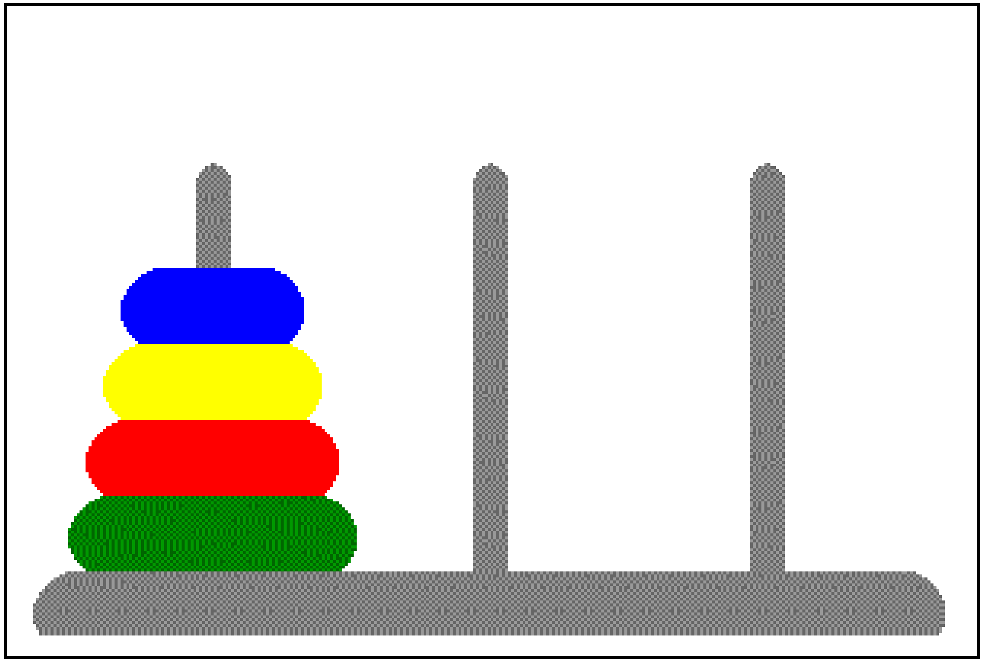
Bài toán tháp Hà Nội

Bài toán tháp Hà Nội

- Có 3 cọc gỗ và N miếng gỗ tròn có bán kích từ nhỏ đến lớn
- Ban đầu tất cả N miếng gỗ đặt chồng lên nhau ở cọc số 1 theo thứ tự nhỏ ở trên lớn ở dưới
- Hãy chuyển N miếng gỗ này sang cọc 3
- Điều kiện:
  - Mỗi lần di chuyển được lấy một miếng gỗ từ cọc này đặt sang cọc khác
  - Tại mọi thời điểm: trên cùng một cọc thì miếng gỗ ở trên bao giờ cũng có bán kính nhỏ hơn miếng gỗ ở dưới

Bài toán tháp Hà Nội

- Tiếp cận chia để trị, chia vấn đề thành 3 vấn đề con
- Chuyển n miếng từ cọc A qua trung gian B sang cọc C:
  - Chuyển n-1 miếng từ cọc A qua trung gian C sang cọc B
  - Chuyển miếng thứ n từ A sang C
  - Chuyển n-1 miếng từ cọc B qua trung gian A sang cọc C



Phần 4

Bài toán đếm số dãy con có tổng cho trước

Đếm số dãy con có tổng cho trước

- Cho số nguyên S và dãy A = (a_1, a_2,... a_{n-1}, a_n).
- Hãy đếm xem có bao nhiêu dãy con của A có tổng các phần tử đúng bằng S
- Ví dụ:
  - S = 7
  - A = (1, 7, 6, 3, 3)
  - Kết quả: 3 dãy
    - 7 = 1 + 3 + 3
    - 7 = 1 + 6
    - 7 = 7

Đếm số dãy con có tổng cho trước

- Tiếp cận chia để trị
- Hàm đếm số dãy con của A = (a_1, a_2,... a_{n-1}, a_n) có tổng bằng S là F(S, n)
- Có hai loại dãy:
  - Dãy con không chứa a_n:
    - Đếm số dãy con của A = (a_1, a_2,... a_{n-2}, a_{n-1}) có tổng bằng S
    - Chính là F(S, n-1)
  - Dãy con có chứa a_n:
    - Đếm số dãy con của A = (a_1, a_2,... a_{n-2}, a_{n-1}) có tổng bằng S-a_n
    - Chính là F(S-a_n, n-1)
- Suy ra: F(S, n) = F(S, n-1) + F(S-a_n, n-1)
- Lời giải này chậm do bùng nổ tổ hợp, cách khác phục?

Phần 5

Phân tích về chia để trị

Tóm lược về tiếp cận chia để trị

- Thông thường gồm 3 bước:
  - Chia: phân chia vấn đề lớn thành các vấn đề nhỏ hơn
  - Trị: tìm lời giải cho từng vấn đề con
    - Hoặc tiếp tục chia nhỏ nếu kích cỡ của vấn đề vẫn lớn
    - Hoặc tìm lời giải trực tiếp nếu kích cỡ của vấn đề đủ nhỏ
  - Giải: kết hợp lời giải từ các vấn đề nhỏ thành lời giải của vấn đề ban đầu
- Thường dễ dàng cài đặt bằng đệ quy
- Biến thể: giảm để trị (decrease and conquer)
  - Giảm dần quy mô vấn đề xuống cho đến khi đủ nhỏ
  - Dễ dàng cài đặt bằng vòng lặp (thay vì đệ quy)
  - Ví dụ: tìm kiếm nhị phân

Ưu điểm của chia để trị

- Thích hợp với xử lý song song:
  - Các vấn đề con độc lập có thể được xử lý song song với nhau thay vì tuần tự
  - Lợi thế về tốc độ nếu tận dụng được các hệ thống đa nhân, hoặc thậm chí là các hệ thống phân tán
- Thích hợp với tư duy từ trên xuống: tiếp cận chia để trị phù hợp một cách tự nhiên với lối suy nghĩ top-down
- Dễ dàng chuyển đổi từ thuật giải sang mã lập trình: đặc biệt thích hợp với cài đặt bằng đệ quy
- Dễ dàng tăng tốc bởi bộ nhớ: các vấn đề con thường hay giống nhau, vì vậy có thể sử dụng bộ nhớ để lưu lại các kết quả tính toán (đệ quy có nhớ)

Nhược điểm của chia để trị

- Đệ quy thường chậm hơn (so với cài đặt bằng vòng lặp)
- Không phải vấn đề nào cũng có thể chia để trị (và những vấn đề này thường là những vấn đề rất khó)
  - Không chia nhỏ được vấn đề
  - Chia được vấn đề nhưng độ phức tạp không giảm
- Đôi khi không ổn định: cài đặt đệ quy đôi khi khó ước lượng độ phức tạp toán, vì vậy có thể đoạn mã không ổn định về tốc độ, lúc nhanh lúc chậm tuy thuộc vào dữ liệu và các điều kiện khác
- Khó tìm và sửa lỗi hơn: đây là nhược điểm cố hữu của mã đệ quy

Phần 6

Bài tập

Bài tập

1. *Các chuỗi fibonacci được định nghĩa đệ quy như sau:*

    $g_1 = A \qquad g_2 = B \qquad g_n = g_{n-2} + g_{n-1}$ *(ghép 2 chuỗi)*

    Như vậy các chuỗi fibonacci sẽ như sau:

    A

    B

    AB

    BAB

    ABBAB

    BABABBAB

    ABBABBABABBAB

    ...

    Tìm từ thứ M của chuỗi thứ N

Bài tập

2. *Cho dãy A = (a_1, a_2,... a_{n-1}, a_n). Tìm diff(A) = chênh lệch lớn nhất giữa hai phần tử trong A.*
   Yêu cầu: thiết kế giải thuật chia để trị với độ phức tạp tính toán cỡ O(nlogn).

3. *Cho dãy A = (a_1, a_2,... a_{n-1}, a_n). Một phần tử gọi là phần tử phổ biến nếu nó xuất hiện trong ít nhất một nửa các giá trị của A.*
   Biết chắc dãy A có phần tử phổ biến. Hãy tìm giá trị của phần tử này.
   Yêu cầu: thiết kế giải thuật chia để trị. Liệu có tồn tại giải thuật với độ phức tạp tính toán cỡ O(n)?